SERIE 2

Exercice 1

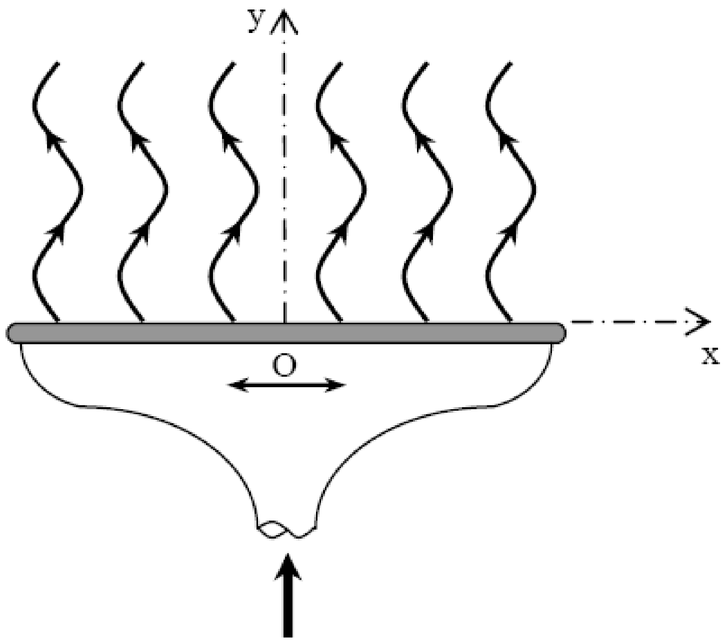
On considère un écoulement décrit par le champ de vitesse suivant

$$v_1 = K\,x_1 \quad ; \quad v_2 = -K\,x_2 \quad ; \quad v_3 = 0$$

1. Déterminer les lignes de courant de cet écoulement et tracer leur allure
2. En déduire une interprétation simple de la structure d'un tel écoulement

Exercice 2

L'écoulement d'eau à travers les orifices de la rampe d'arrosage représentée dans la figure suivante



génère un champ de vecteurs vitesse exprimé en fonction des variables d'Euler comme suit :

$$\vec{V} = u\,\vec{e}_x + v\,\vec{e}_y \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} u = u_0 \sin\left[\omega\left(t - \dfrac{y}{v_0}\right)\right] \\ v = v_0 \\ \text{où } u_0\,,\ v_0 \text{ et } \omega \text{ sont des constantes} \end{cases}$$

La composante selon y reste constante tandis que la composante selon x coïncide en y = 0 avec la vitesse de déplacement de la rampe d'arrosage :

$$u(x, y = 0, t) \ = \ u_0 \sin(\omega t)$$

1. Déterminer les lignes de courant de cet écoulement
2. Préciser la ligne de courant passant par l'origine à t = 0 s, puis à $t = \dfrac{\pi}{2\omega}$
3. Déterminer les trajectoires des particules.
4. Préciser la trajectoire de la particule émise à l'origine à t = 0 s, puis à $t = \dfrac{\pi}{2\omega}$
5. Déterminer l'allure de la ligne d'émission relative à l'origine à un instant t donné

Exercice 3

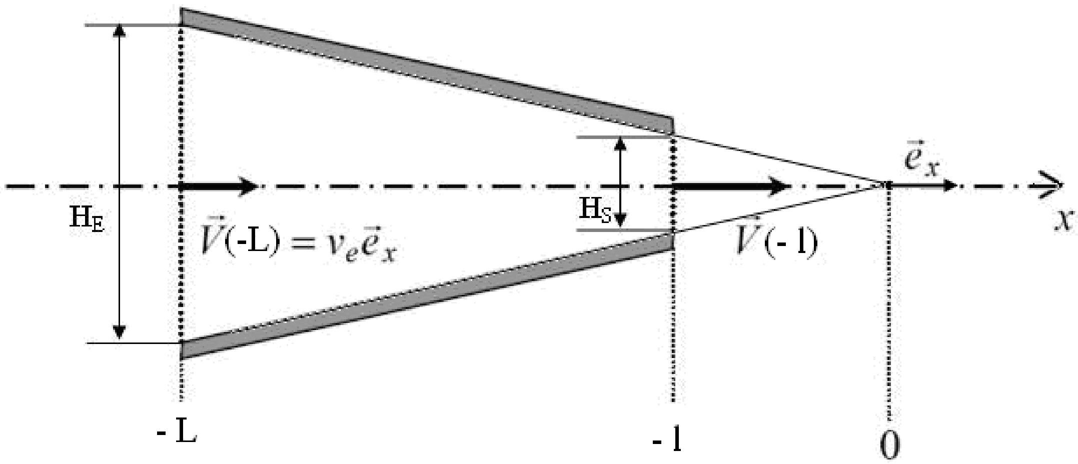
On considère un fluide parfait qui s'écoule à l'intérieur d'un tuyau d'axe vertical et de section non uniforme. Cet écoulement est permanent décrit de manière eulérienne par le champ de vitesse suivant exprimé en coordonnées cylindriques dans la base $(\mathbf{u}_r \ ; \mathbf{u}_\theta \ ; \mathbf{u}_z)$:

$$v = 2K\, r\, \mathbf{u}_r + K'z\, \mathbf{u}_z$$

1. Exprimer la constante K' en fonction de la constante positive K
2. Montrer que l'écoulement considéré est irrotationnel
3. Déterminer le champ d'accélération de cet écoulement
4. Déterminer les lignes de courant et tracer leur allure

Exercice 4

On considère l'écoulement stationnaire bidimensionnel plan d'un fluide parfait incompressible à l'intérieur d'une buse (voir figure). La vitesse à l'entrée de la buse est supposée uniforme sur la section, ayant la valeur $\mathbf{v}_e = v_e \mathbf{e}_x$.



1 - Montrer que la vitesse du fluide le long de l'axe est donnée par :

$$\mathbf{v} = v_e\left(\frac{-L}{x}\right)\mathbf{e}_x$$

2 - Déterminer l'accélération de l'écoulement le long de l'axe

3 - Déterminer en fonction du temps la position d'une particule initialement située à l'entrée de la buse. En déduire son accélération.

4 - Comparer les deux accélérations, conclure

On donne :

$L = 5\text{m}$; $l = 2\text{m}$; $v_e = 10\ \text{ms}^{-1}$; $\rho = 1000\ \text{kgm}^{-3}$

L'angle d'ouverture de la buse $\alpha = 30°$

Exercice 4

On se propose de construire une soufflerie où on pourra étudier sur un modèle réduit le comportement dynamique d'un avion en phase d'accélération. Ceci sera possible si on place le modèle réduit immobile dans une région où on réalise un écoulement dans lequel on maintient une accélération spatiale longitudinale. Une telle soufflerie peut être conçue selon le schéma présenté ci-dessous. On suppose que l'écoulement est celui d'un fluide parfait incompressible, quasi-parallèle et garde une vitesse uniforme à toute section transversale de la soufflerie.

Déterminer l'équation cartésienne des deux parois profilées (supérieure et inférieure) de la soufflerie qui permettent de réaliser un tel écoulement.


x2
x1